

diesse

Didattica e Innovazione Scolastica
Centro per la formazione e l'aggiornamento



diesse
Le Botteghe
dell'Insegnare

Le Botteghe dell'Insegnare

Matematica nella scuola primaria

**Dati e
previsioni:
indagare la
realtà**

percorso 2019 - 2020

STATISTICA

Indicazioni Nazionali 2012

Scuola dell'infanzia:

- Confrontare e valutare quantità, utilizzare simboli per registrarle.

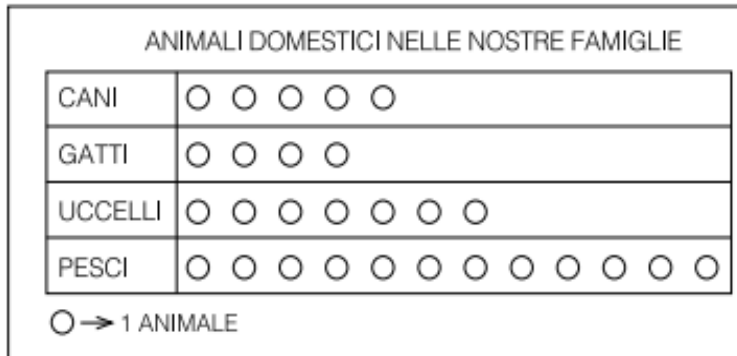
III primaria:

- Leggere e rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi, tabelle.

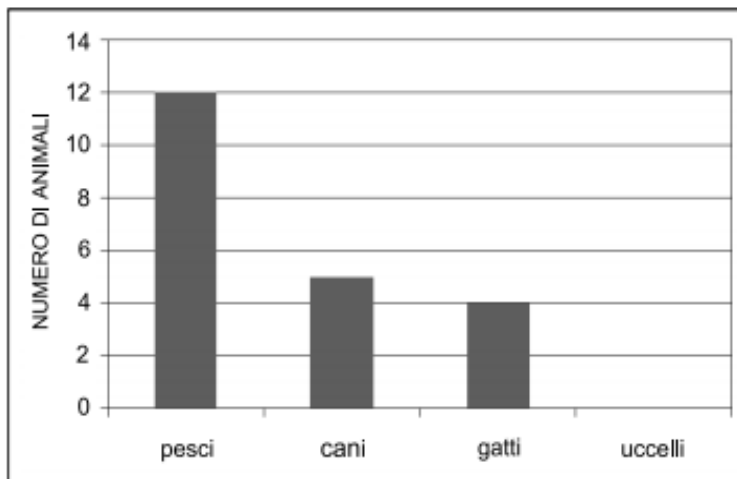
V primaria:

- Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.
- Usare le nozioni di frequenza, di moda e di media aritmetica, se adeguata alla tipologia dei dati a disposizione.

D3. In una classe è appeso questo cartellone:



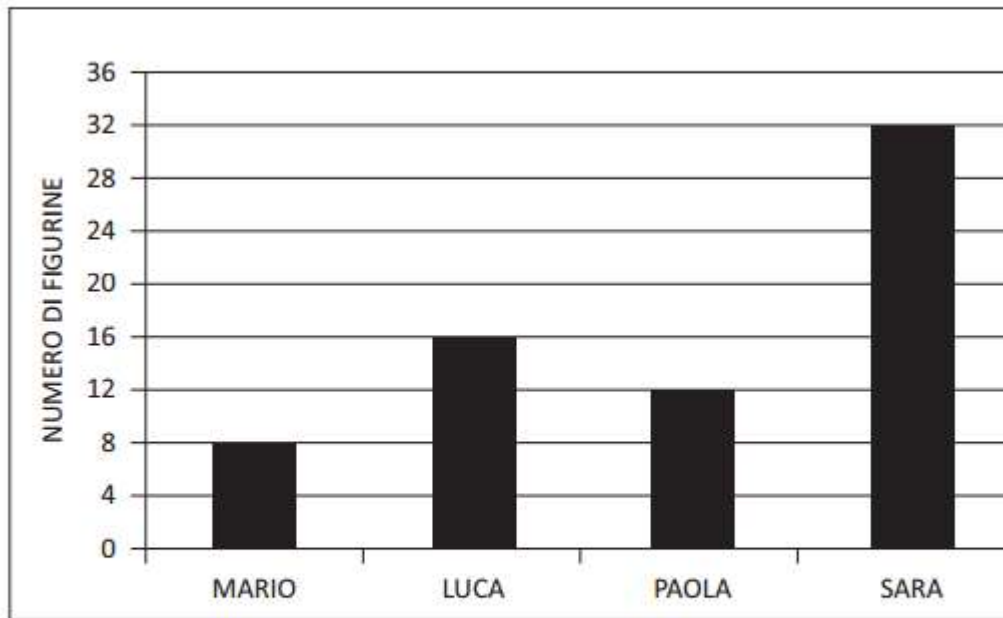
Nel grafico sotto sono rappresentati alcuni dati del cartellone. Il grafico non è completo: completalo tu.



Prova INVALSI
seconda primaria
Anno 2015-2016

Leggere e
rappresentare
relazioni e dati con
diagrammi, schemi,
tabelle.

D3. Questo grafico rappresenta il numero di figurine che Mario, Luca, Paola e Sara hanno in tasca.



Osserva il grafico e rispondi.

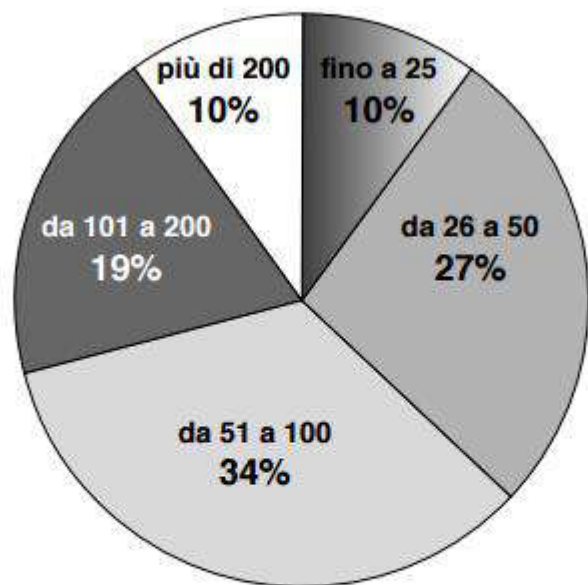
a. Luca ha il doppio delle figurine di Mario?

- Sì No Non si può sapere

Prova INVALSI
seconda
primaria
Anno 2014-
2015

Leggere e
rappresentare
relazioni e dati
con diagrammi,
schemi,
tabelle.

D2. Il seguente grafico rappresenta la suddivisione delle scuole per numero di alunni nella provincia di Trento nell'anno 2001.



Utilizza le informazioni riportate nel grafico per completare le seguenti frasi.

- Il 27% delle scuole ha da a alunni.
- La percentuale di scuole che hanno più di 200 alunni è il %.
- La percentuale di scuole che hanno fino a 100 alunni è il %.

Prova INVALSI
quinta primaria
Anno 2015-2016

Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.

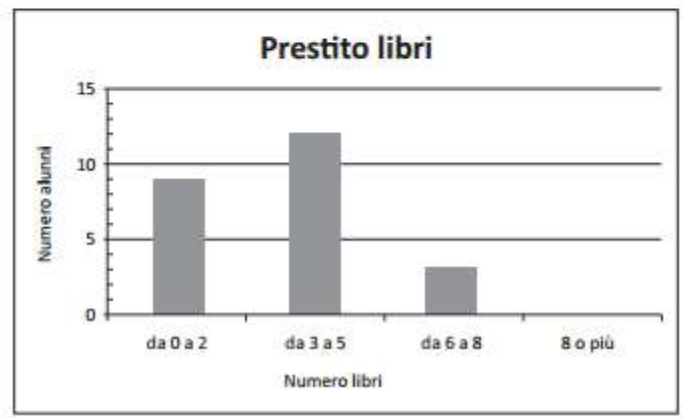
D28. In una classe quinta gli alunni hanno fatto un'indagine sul numero dei libri presi in prestito dalla biblioteca di classe. I dati raccolti sono stati riportati in una tabella e rappresentati con un grafico a barre.

Numero di libri presi in prestito	Numero alunni
da 0 a 2	9
da 3 a 5	12
da 6 a 8
8 o più	0



Prova INVALSI
quinta primaria
Anno 2014-2015

a. Osserva il grafico e completa la tabella con il dato mancante.



b. Quattro alunni hanno rappresentato gli stessi dati anche con un grafico a torta ma uno solo lo ha fatto correttamente. Qual è il grafico corretto?

Grafico 1

A.

Grafico 2

B.

Grafico 3

C.

Grafico 4

D.

Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.

D23. In tabella sono riportate le temperature esterne misurate ogni quattro ore in un giorno di dicembre.

Ora del giorno	4	8	12	16	20	24
Temperatura	4°C	6°C	10°C	14°C	10°C	5°C

La media aritmetica delle temperature in quel giorno è stata

- A. inferiore a 6°C
- B. compresa tra 6°C e 7°C
- C. compresa tra 7°C e 9°C
- D. superiore a 9°C

Prova INVALSI quinta primaria
Anno 2013-2014

Usare le nozioni di frequenza, di moda e di media aritmetica, se adeguata alla tipologia dei dati a disposizione.

La statistica 1

Scienza che studia i fenomeni collettivi, sia naturali che sociali, attraverso metodi matematici, fondati soprattutto sulle tecniche di campionamento e sul calcolo delle probabilità, allo scopo di tracciare modelli esplicativi e di formulare previsioni

La statistica 2

La statistica si può definire come la disciplina che ha come oggetto il trattamento dei dati empirici:

- osservazione e raccolta dati
- analisi della distribuzione delle frequenze di certe caratteristiche
- costruzione di modelli per rappresentare le tendenze rilevate
- confronto tra i modelli predisposti e le nuove esperienze

al fine di fare corrette previsioni per l'andamento futuro del fenomeno studiato

- **Statistica descrittiva:** fase che comprende la raccolta e l'analisi dei dati osservati.
- **Statistica inferenziale:** fase che mira a ricavare conclusioni e previsioni circa il fenomeno studiato.

Lo strumento matematico privilegiato nella statistica è il calcolo delle probabilità ma **la natura delle due discipline è diversa:**

- **il calcolo delle probabilità nasce attorno alla problematica del caso;** può usare dati statistici, ma come base per valutazioni iniziali di probabilità, poi tutto si sviluppa all'interno di un rigoroso sistema assiomatico: il calcolo delle probabilità è **una disciplina prettamente matematica**

- **la statistica si basa sui dati**, che devono essere raccolti correttamente per garantirne la significatività; il calcolo delle probabilità può servire per rendere la scelta dei dati ben miscelata e attendibile, oppure per fare un modello matematico per analizzare i dati stessi. La statistica è una **disciplina prettamente empirica**, che si confronta con la difficoltà di analizzare fenomeni reali.

INDAGINI STATISTICHE

- **Popolazione statistica:** l'insieme degli elementi oggetto di studio
- **Unità statistica:** ogni elemento della popolazione statistica
- **Variabile statistica (o carattere statistico) :** è ciascuno degli aspetti di una unità statistica (es. colore dei capelli, età....)

Una variabile statistica può essere:

- **qualitativa:** è espressa da una qualità, come sesso, colore, tipo di scuola frequentata....
- **quantitativa:** è espressa da un numero, come peso, età, reddito.....

Le fasi di un'indagine statistica

- **Progettazione dell'indagine:** si individua il fenomeno sul quale indagare, la popolazione statistica di riferimento, le singole unità statistiche e il carattere, o i caratteri, oggetto di indagine.
- **Realizzazione dell'indagine:** si effettua la rilevazione dei dati statistici relativi al fenomeno indagato.
- **Elaborazione dei dati statistici:** i dati raccolti vengono ordinati, riassunti tramite tabelle dette tabelle statistiche e rappresentati graficamente. I dati tabulati e rappresentati sono elaborati al fine di costruire opportuni indici di sintesi.
- **Interpretazione e presentazione dei risultati:** si interpretano gli indici di sintesi ottenuti, al fine di descrivere le caratteristiche peculiari del fenomeno analizzato e trarre conclusioni che possano essere valide per tutta la popolazione

Esempio 1

Una semplice indagine che si può fare in classe è quella relativa al mese di nascita. Quindi:

- **popolazione statistica:** l'insieme degli alunni della classe;
- **unità statistica:** ogni alunno;
- **variabile statistica (o carattere statistico)** : mese di nascita;

La variabile statistica è quindi **qualitativa**

In questo caso le risposte possibili sono già definite a priori (i mesi dell'anno), quindi si può preparare un cartellone con i nomi dei mesi e chiedere ad ogni bambino di apporre una crocetta nella colonna del suo mese di nascita.

					X			X			
	X				X			X			
	X				X			X			X
X	X	X			X	X		X		X	X
X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X
Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug	Ago	Set	Ott	Nov	Dic

DEFINIZIONI

Frequenza assoluta: il numero di unità statistiche che assumono la stessa modalità

Nell'esempio: la frequenza della modalità 'febbraio' è 4

Frequenza relativa: il rapporto tra la frequenza assoluta e il numero di unità della popolazione

Nell'esempio: la frequenza relativa della modalità 'febbraio' è $\frac{4}{20}$

Dal cartellone si può desumere immediatamente la tabella relativa, intestando le colonne con il nome corretto, se lo si ritiene opportuno

Mese di nascita	Frequenza	Frequenza relativa
Gennaio	2	2/28
Febbraio	4	4/28
Marzo	2	2/28
Aprile	1	1/28
Maggio	0	0
Giugno	5	5/28
Luglio	2	2/28
Agosto	1	1/28
Settembre	5	5/28
Ottobre	1	1/28
Novembre	2	2/28
Dicembre	3	3/28

Esempio 2

Un'altra semplice indagine può riguardare il numero di scarpe degli alunni della classe.

Si può procedere nel seguente modo:

- Ogni bambino scrive alla lavagna il suo numero di scarpe
- Tutti i bambini copiano sul loro quaderno l'elenco così ottenuto.

In questo caso **il carattere statistico è quantitativo**

Supponiamo ad es. che il risultato dell'indagine sia

34, 35, 34, 37, 36, 36, 34, 33, 35, 37, 38, 36, 35, 36, 34, 38, 37, 35

- Ora si può porre la domanda: come sistemare meglio i dati che abbiamo raccolto? In questo esempio la tabella non è automatica, ma per compilarla è necessario un lavoro, che può essere svolto in vari modi. E scoprire come lavorano i bambini è molto interessante

Tabella

Numero di scarpe	Frequenza assoluta	Frequenza relativa
33	1	1/18
34	4	4/18
35	4	4/18
36	4	4/18
37	3	3/18
38	2	2/18

Esempio 3

Un'altra indagine che si può eseguire facilmente è la registrazione delle temperature ad una data ora del giorno in un luogo fissato per un periodo di tempo di almeno una settimana.

Anche in questo caso si può preparare un tabellone dove raccogliere i dati. Supponiamo ad esempio che si siano ottenuti i seguenti risultati, misurando la temperatura alle ore 12.

Lunedì	Martedì	Mercoledì	giovedì	Venerdì	Sabato	Domenica
22°C	21°C	19°C	20°C	17°C	21°C	18°C

In questo caso **la popolazione statistica** è costituita dai giorni della settimana, **il carattere statistico** è la temperatura alle ore 12.

Rappresentazione grafica dei dati

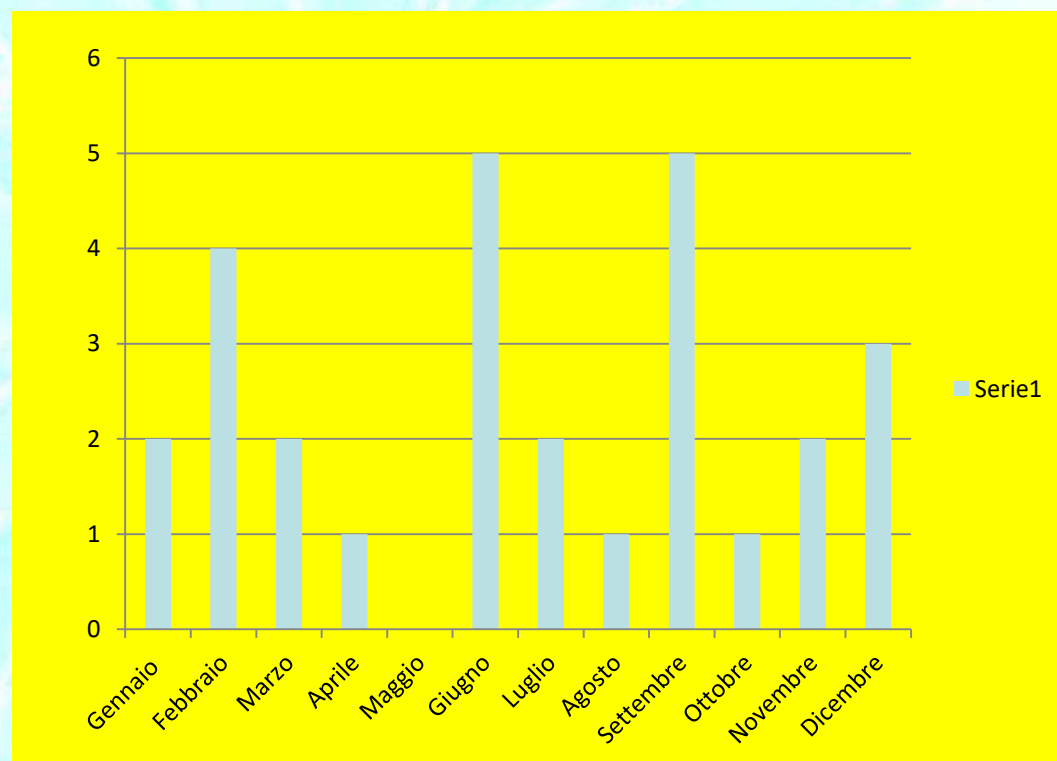
I dati raccolti in una indagine statistica si possono efficacemente rappresentare con dei grafici.

La scelta del tipo di grafico dipende dal carattere statistico che si sta esaminando.

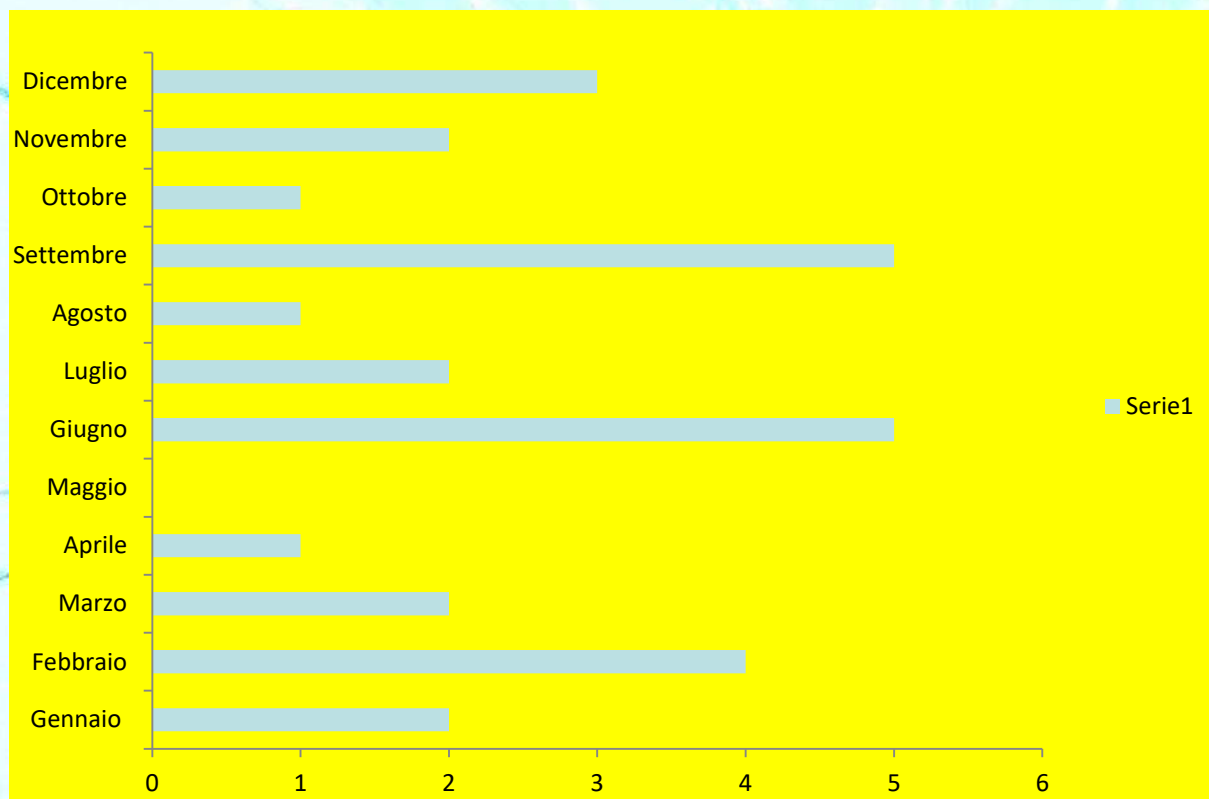
Facciamo degli esempi

Esempio 1: ISTOGRAMMA

Gennaio	2
Febbraio	4
Marzo	2
Aprile	1
Maggio	0
Giugno	5
Luglio	2
Agosto	1
Settembre	5
Ottobre	1
Novembre	2
Dicembre	3



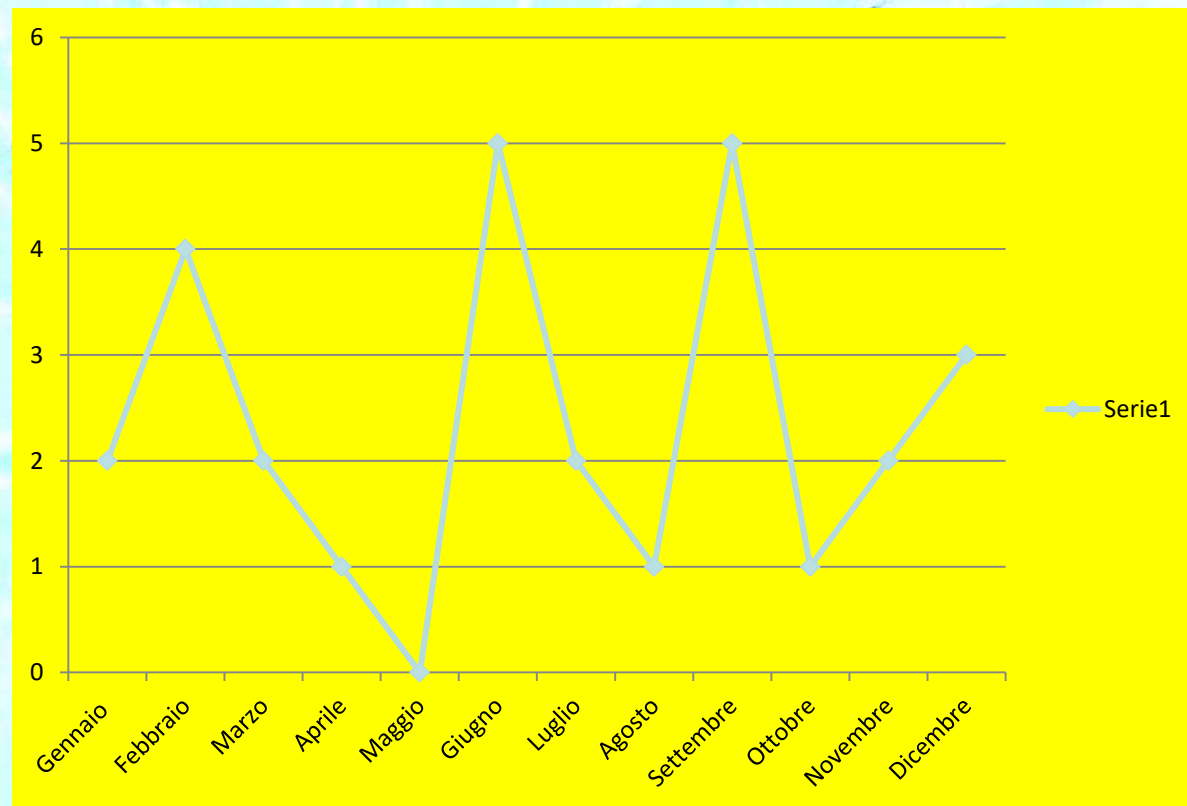
Esempio 1: GRAFICO A BARRE



Mese di nascita	Frequenza
Gennaio	2
Febbraio	4
Marzo	2
Aprile	1
Maggio	0
Giugno	5
Luglio	2
Agosto	1
Settembre	5
Ottobre	1
Novembre	2
Dicembre	3

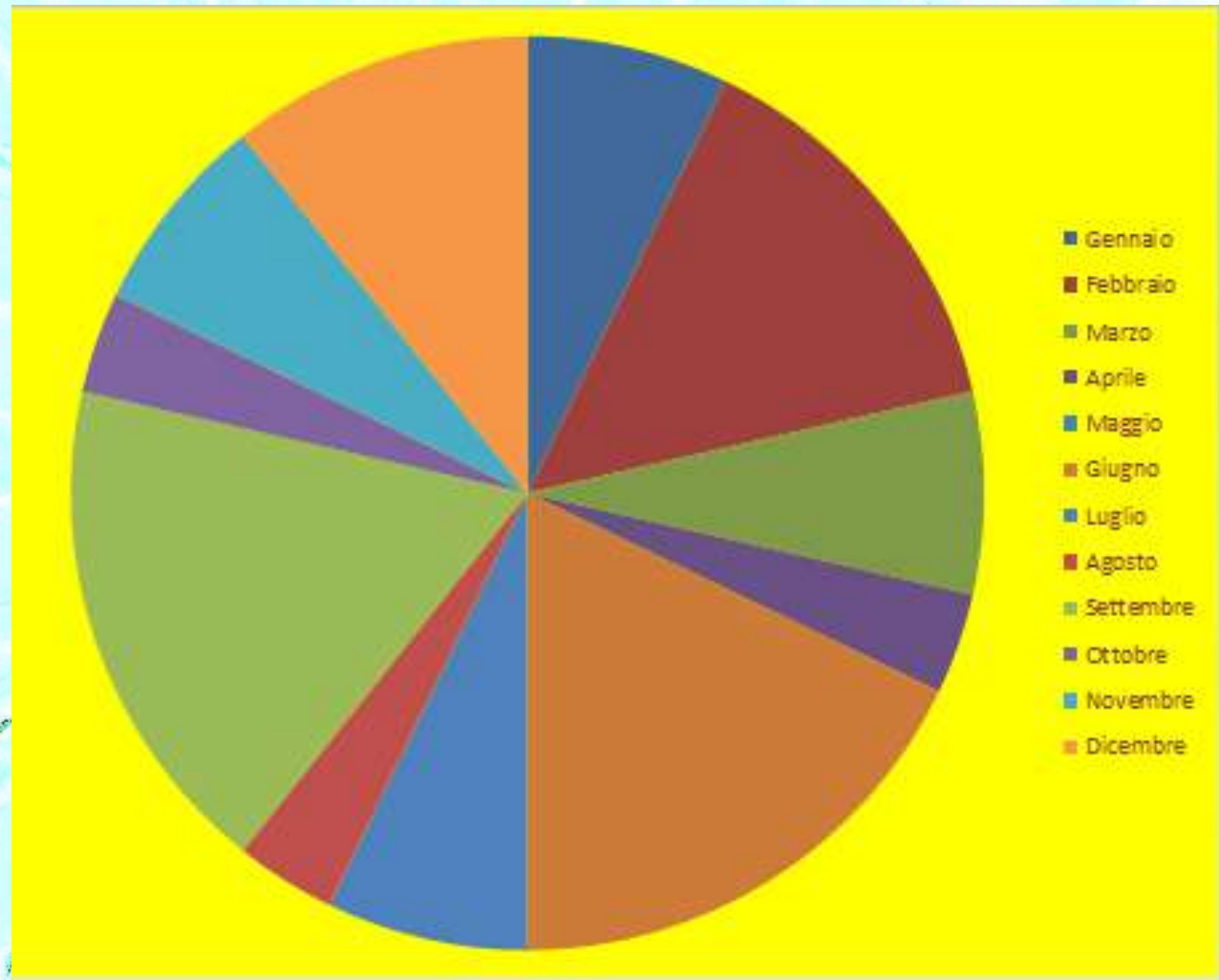
Esempio 1: GRAFICO A LINEA

Mese di nascita	Frequenza
Gennaio	2
Febbraio	4
Marzo	2
Aprile	1
Maggio	0
Giugno	5
Luglio	2
Agosto	1
Settembre	5
Ottobre	1
Novembre	2
Dicembre	3

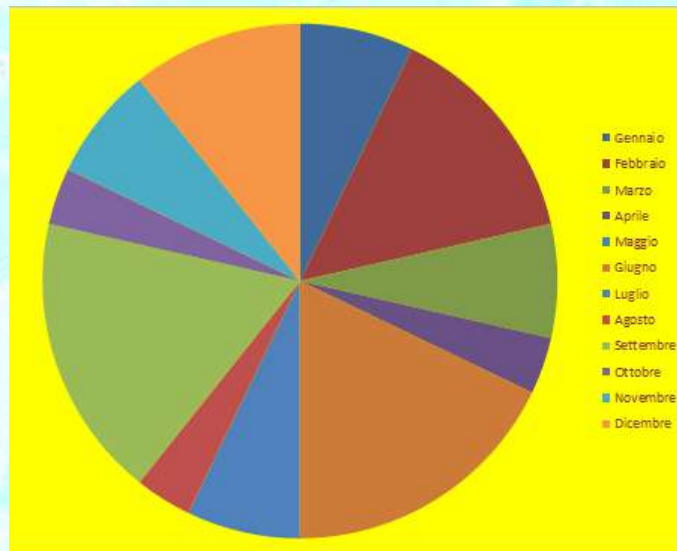
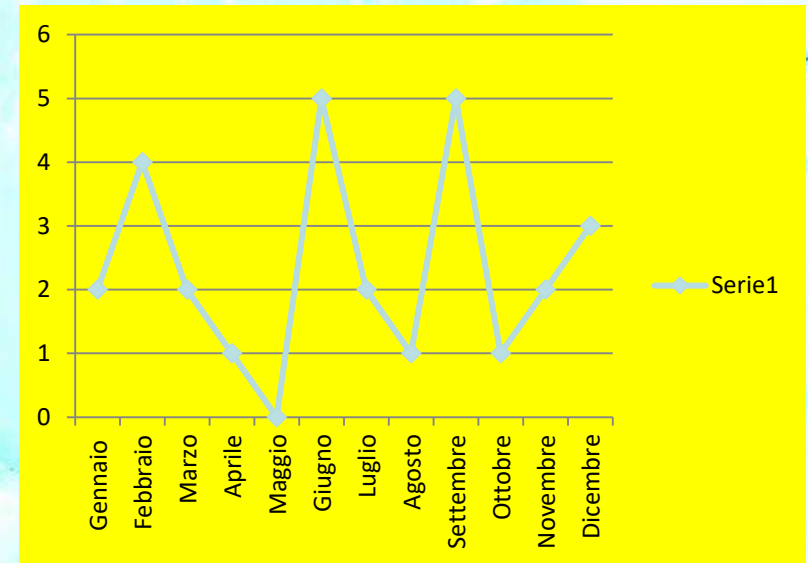
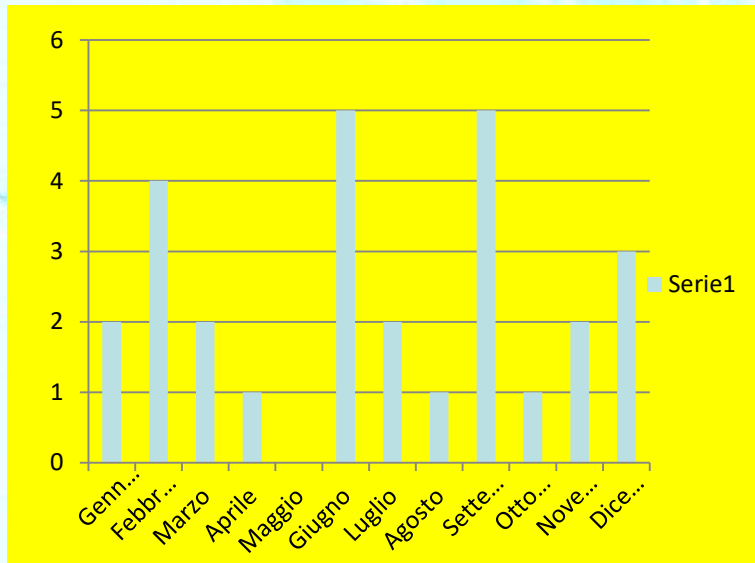


Esempio 1: GRAFICO A TORTA

Mese di nascita	Frequenza
Gennaio	2
Febbraio	4
Marzo	2
Aprile	1
Maggio	0
Giugno	5
Luglio	2
Agosto	1
Settembre	5
Ottobre	1
Novembre	2
Dicembre	3



Quale rappresentazione è più efficace?



Ritorniamo all'esempio 1

Raggruppiamo i dati della tabella in classi più ampie

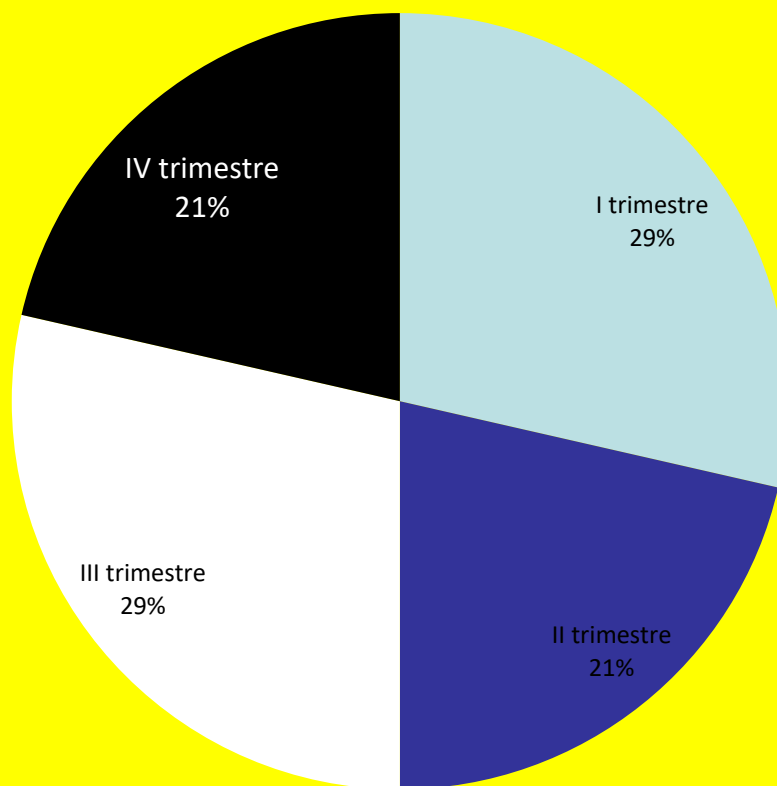
Mese di nascita	Frequenza
Gennaio	2
Febbraio	4
Marzo	2
Aprile	1
Maggio	0
Giugno	5
Luglio	2
Agosto	1
Settembre	5
Ottobre	1
Novembre	2
Dicembre	3



Trimestre di nascita	Frequenza
I trimestre	8
II trimestre	6
III trimestre	8
IV trimestre	6

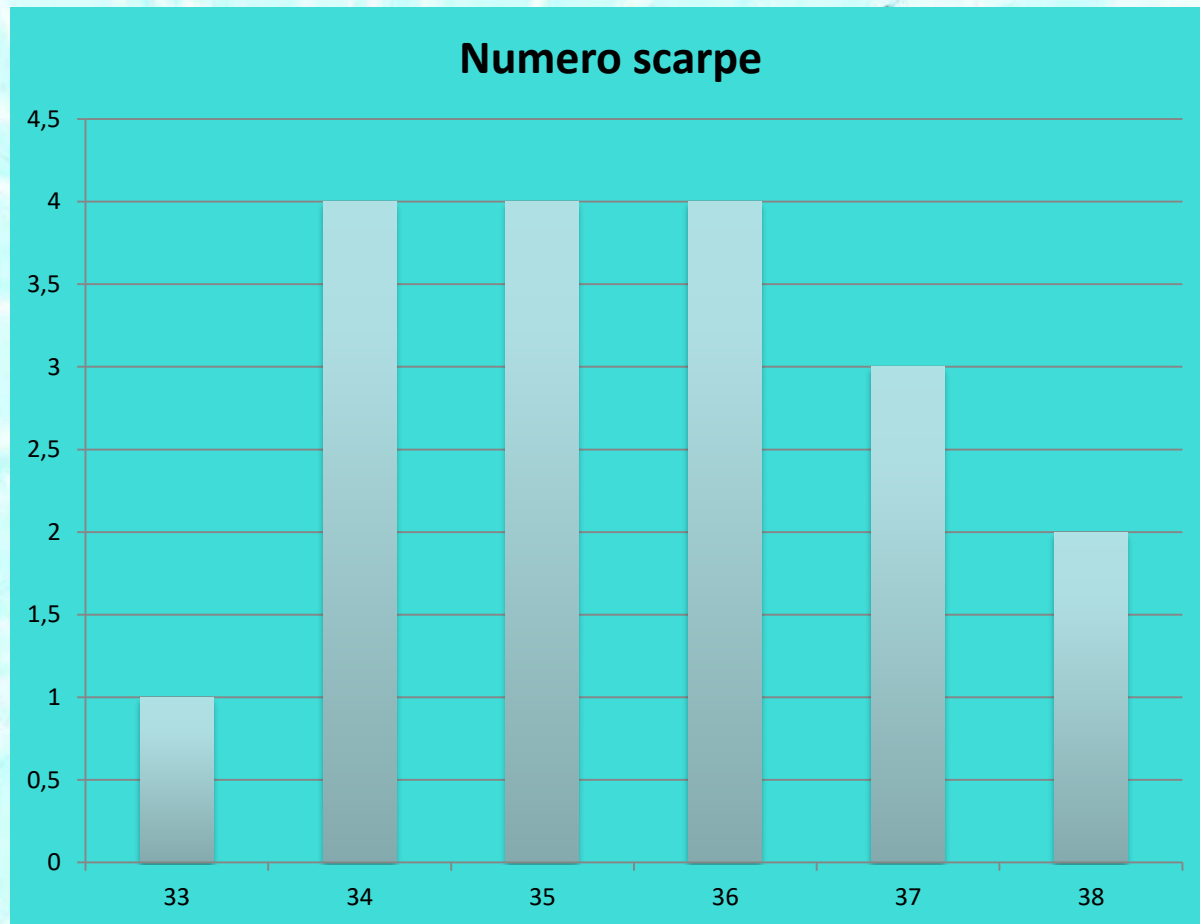
Il grafico a torta ora è una rappresentazione efficace

I trimestre	8
II trimestre	6
III trimestre	8
IV trimestre	6



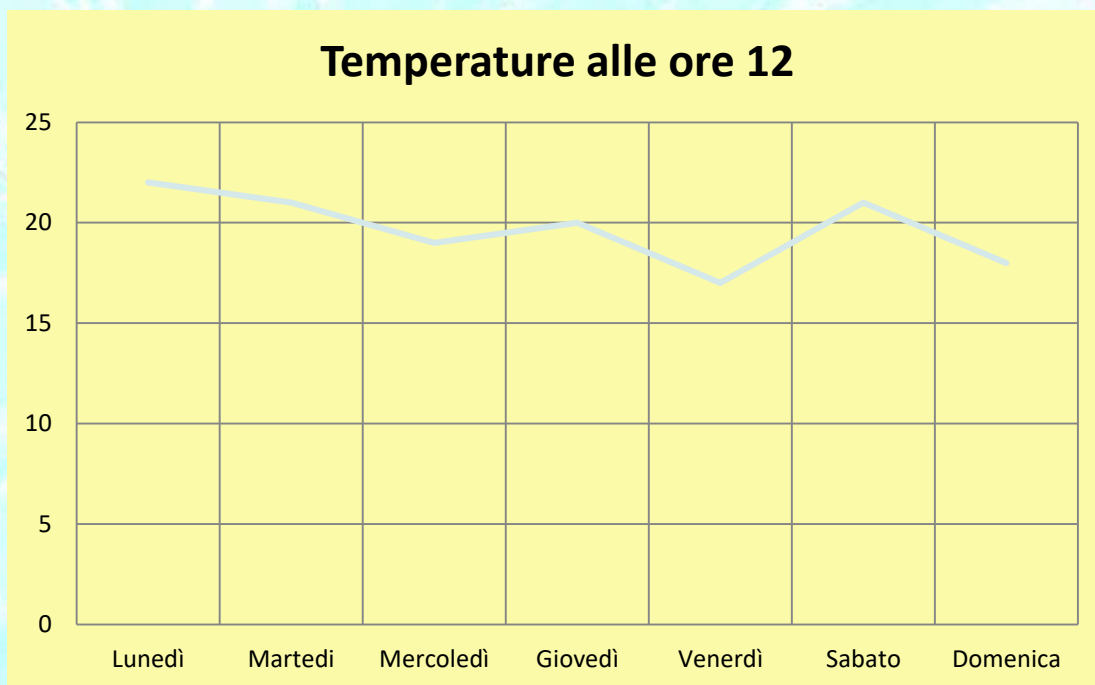
Esempio 2

Numero di scarpe	Frequenza
33	1
34	4
35	4
36	4
37	3
38	2



Esempio 3

In questo caso il grafico a linee è il più adatto per rappresentare il tipo di dati dell'indagine.



Lunedì	Martedì	Mercoledì	giovedì	Venerdì	Sabato	Domenica
22°C	21°C	19°C	20°C	17°C	21°C	18°C

Riassumendo:

- si raccolgono i dati;
- si elaborano i dati (ordinamento, tabella...);
- si sceglie il tipo di grafico;
- si costruisce il grafico.

Quali conoscenze e competenze sono richieste?

Un utile esercizio: costruire 'a mano' un grafico a torta

PROBLEMA

In una scuola con 200 studenti si è svolta un'indagine sul numero dei componenti delle famiglie degli alunni; i risultati sono i seguenti: 40 nuclei familiari sono composti da 3 persone, 80 da 4 persone, 60 da 5 persone e il restante da 6 persone.

Rappresentare i dati con un grafico a torta

Costruiamo insieme il procedimento

a) Per comodità compiliamo la tabella corrispondente al problema.

Num. nuclei fam.	Num. componenti
40	3
80	4
60	5
20	6

Conviene sempre precisare:

-la popolazione statistica

-il carattere statistico

e di conseguenza identificare a quale colonna corrisponde la frequenza

b) Ora bisogna individuare l'angolo che corrisponde ad ogni dato.

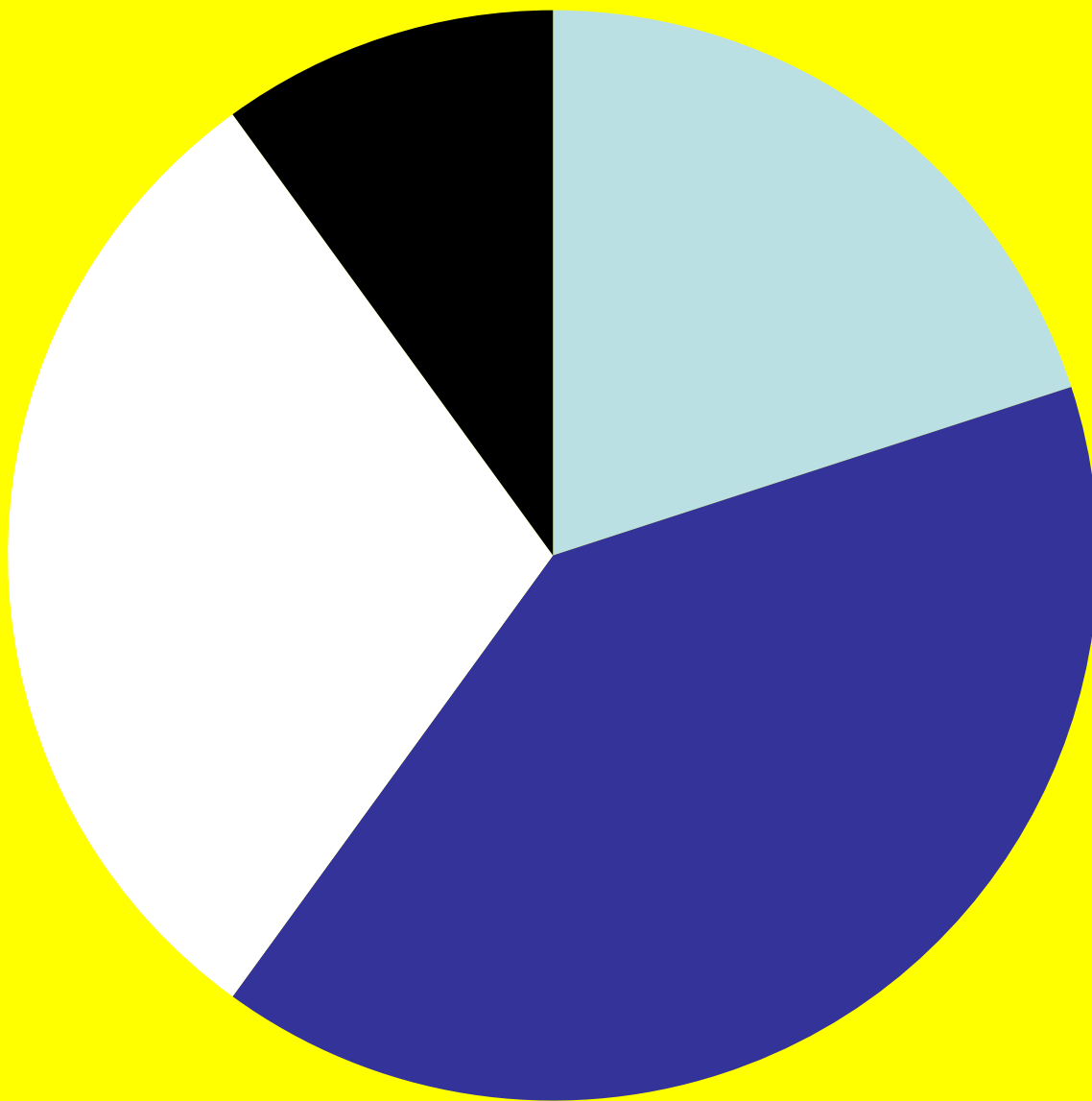
Possiamo procedere in modo intuitivo:

100 corrisponde a metà cerchio, cioè all'angolo di 180° , quindi 10 corrisponde a 18° .

Completiamo la tabella:

Num. Componenti	Num. nuclei fam. (frequenza)	Angolo al centro
3	40	$18^\circ \times 4 = 72^\circ$
4	80	$18^\circ \times 8 = 144^\circ$
5	60	$18^\circ \times 6 = 108^\circ$
6	20	$18^\circ \times 2 = 36^\circ$

Ora, mano al compasso e al goniometro e costruiamo il nostro grafico



- tre
- quattro
- cinque
- sei

Un lavoro di questo tipo può anche essere utilizzato per esercitarsi con le percentuali: possiamo infatti esprimere le frequenze relative in percentuale; in questo caso i numeri ci facilitano.

2	40	$40/200=0,2=20\%$
3	80	$80/200=0,4=40\%$
4	60	$60/200=0,3=30\%$
5	20	$20/200=0,1=10\%$

Basta, a questo punto, applicare le percentuali all'ampiezza dell'angolo giro, per ottenere tutti i dati necessari per costruire il grafico a torta.

- 20% di 360°:

$$\frac{20}{100} \times 360^\circ = 72^\circ$$

- 40% di 360°:

$$\frac{40}{100} \times 360^\circ = 144^\circ$$

- 30% di 360°:

$$\frac{30}{100} \times 360^\circ = 108^\circ$$

- 10% di 360°:

$$\frac{10}{100} \times 360^\circ = 36^\circ$$

Costruire un grafico a torta è **un'attività ricca** che 'chiama a raccolta' competenze in ambito numerico e geometrico.

Se poi i numeri non sono 'favorevoli' come quelli dell'esempio si pone il problema di

approssimare correttamente:

-la somma delle percentuali deve essere 100

-la somma degli angoli deve essere 360

INDICI DI POSIZIONE

La tabulazione di una serie di dati statistici o la loro rappresentazione grafica hanno il pregio di descrivere in modo ordinato e comprensibile il fenomeno sul quale s'indaga, ma qualche volta è comodo, e spesso anche necessario, **sintetizzare con un solo dato l'andamento del fenomeno**, a condizione naturalmente che questo valore di sintesi sia effettivamente idoneo a riassumere le caratteristiche del collettivo che interessa evidenziare.

Per esempio, se vogliamo avere un'idea dell'altezza delle persone che compongono un collettivo (una squadra di calcio, una città, una nazione, eccetera), non è necessario conoscere le altezze delle singole persone. È sufficiente sintetizzare le varie altezze con un solo valore che riassume l'altezza media delle persone del collettivo.

I valori di sintesi di una serie di dati statistici sono detti più propriamente **indici di posizione** o **indici statistici**; ce n'è più d'uno. Rivediamo i più importanti.

MODA

La moda è la modalità a cui corrisponde la frequenza maggiore

- La moda si può determinare sia con variabili qualitative che con variabili quantitative.
- Una distribuzione di frequenze si dice **unimodale**, se presenta una sola moda, se cioè la frequenza maggiore è assunta da un solo carattere, si dice **plurimodale** se la frequenza maggiore è assunta da più caratteri, **amodale** se ogni dato compare una sola volta

Questo indice è semplice da introdurre e da far capire, perché risponde ad una domanda semplice, ma anche 'legittima':

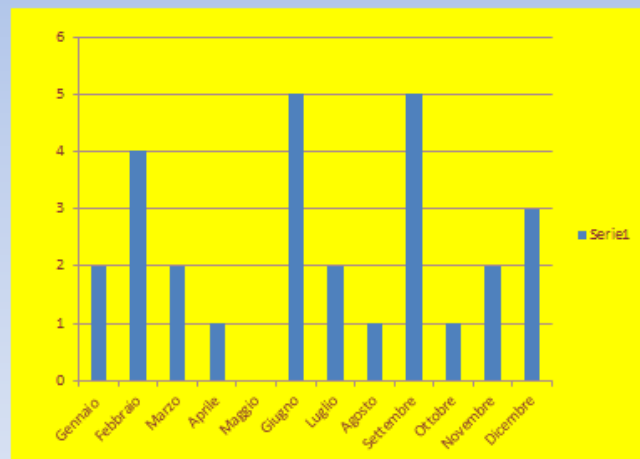
«Ci sono dati che si ripetono più volte? Ce n'è qualcuno che si ripete più di tutti gli altri?»

E anche il nome 'moda' ha una sua ragionevolezza.

Se i dati si presentano già organizzati in una tabella o in un grafico, è immediato individuare la moda.

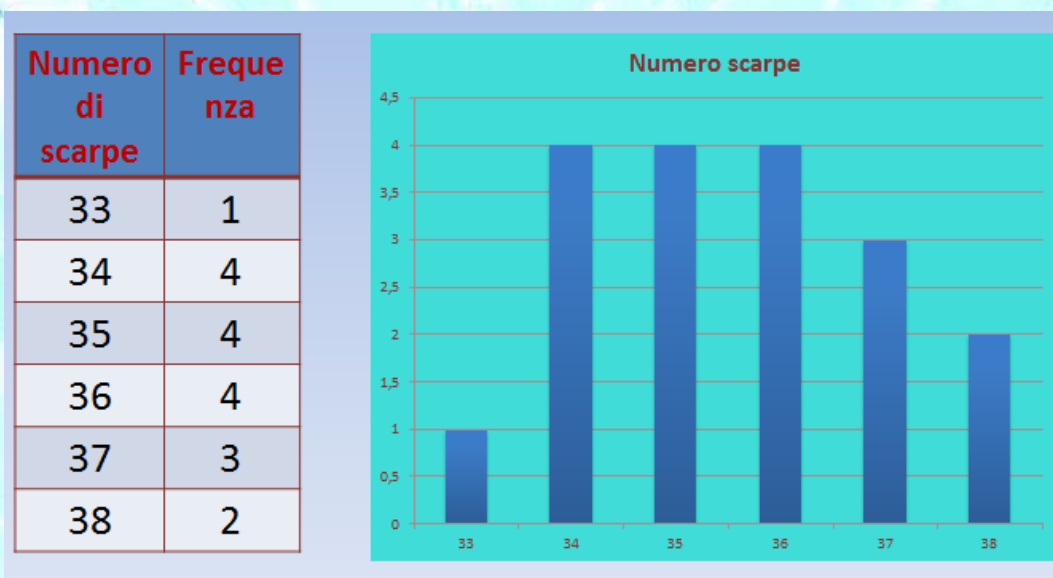
Esempio 1

Gennaio	2
Febbraio	4
Marzo	2
Aprile	1
Maggio	0
Giugno	5
Luglio	2
Agosto	1
Settembre	5
Ottobre	1
Novembre	2
Dicembre	3



In questo caso abbiamo due mode: 'giugno' e 'settembre'

Esempio 2



In questo caso abbiamo addirittura tre mode: i numeri **34**, **35**, **36**.

Esempio 3

Lunedì	Martedì	Mercoledì	giovedì	Venerdì	Sabato	Domenica
22°C	21°C	19°C	20°C	17°C	21°C	18°C

È opportuno chiarire in questo caso i ruoli degli elementi che compaiono nella tabella:

- I giorni della settimana costituiscono la popolazione statistica;
- le temperature alle ore 12 costituiscono il carattere statistico.

Si tratta quindi di una variabile quantitativa.

Si può stabilire immediatamente che la moda è '21°', l'unico dato che si ripete due volte.

Temperatura	Frequenza
17°	1
18°	1
19°	1
20°	1
21°	2
22°	1

MEDIA

La media è un indice che si può determinare solo per variabili quantitative; infatti si calcola sommando tutti i dati e dividendo la somma ottenuta per il numero dei dati:

$$\text{Media: } \frac{\text{somma di tutti i numeri}}{\text{numero degli elementi sommati}}$$

Probabilmente i bambini hanno già sentito questo nome; il concetto comunque si può far 'emergere' con opportune domande.

(es. Fare matematica, pag.262)

Esempio 2

Se i dati si presentano nel seguente modo:

34, 35, 34, 37, 36, 36, 34, 33, 35, 37, 38, 36, 35, 36, 34, 38, 37, 35

$$\begin{aligned} \text{Media} &= \frac{34+35+34+37+36+36+34+33+35+37+38+36+35+36+34+38+37+35}{18} \\ &= 35,5 \end{aligned}$$

Se invece utilizziamo la tabella:

Numero di scarpe	Frequenza
33	1
34	4
35	4
36	4
37	3
38	2

$$\text{Media} = \frac{33 \times 1 + 34 \times 4 + 35 \times 4 + 36 \times 4 + 37 \times 3 + 38 \times 2}{18} = 35,5$$

Può essere interessante discutere con i bambini su quale sia il modo migliore per calcolare la media

Esempio 3

In questo caso il calcolo è molto semplice e il concetto probabilmente più familiare: si tratta infatti di calcolare la temperatura media.

Lunedì	Martedì	Mercoledì	giovedì	Venerdì	Sabato	Domenica
22°C	21°C	19°C	20°C	17°C	21°C	18°C

$$Media = \frac{22 + 21 + 19 + 20 + 17 + 21 + 18}{7} = 19,7$$

MEDIANA

- **Mediana:** in un insieme ordinato di numeri è l'elemento centrale se i dati sono in numero dispari, la media aritmetica dei due termini centrali se gli elementi sono in numero pari.
- Anche la mediana quindi si applica solo a variabili quantitative, poiché i dati devono poter essere ordinati
- Nelle Indicazioni Nazionali non è richiesta esplicitamente la conoscenza di questo terzo indice, ma la sua determinazione può essere una attività utile.

Esempio 2

Ordiniamo i dati:

33, 34, 34, 34, 34, 35, 35, 35, 35, 36, 36, 36, 36, 37, 37, 37, 38, 38

Poiché i dati sono in numero pari, il centro cade tra 35 e 36, perciò:

$$\textit{mediana} = \frac{35 + 36}{2} = 35,5$$

Esempio 3

Ordiniamo i dati:

$17^\circ, 18^\circ, 19^\circ, 20^\circ, 21^\circ, 21^\circ, 22^\circ$

Il numero dei dati è dispari quindi, in questo caso, la mediana corrisponde al dato centrale, cioè:

Mediana=20°

E se i dati sono raggruppati?

Numero di scarpe	Frequenza
33	1
34	4
35	4
36	4
37	3
38	2

- Calcolare le posizioni degli elementi centrali:

$18:2 = 9 \rightarrow$ un elemento si trova al posto 9 e uno al posto 10

- Sommare le frequenze per individuare le posizioni di tali elementi

- Eseguire il calcolo:

$$\frac{35 + 36}{2} = 35,5$$

Nota Bene

È importante capire e aiutare a capire la funzione di ognuno dei valori medi sopra descritti:

- la moda è sempre un valore dell'insieme dei dati e rappresenta il valore (o i valori) più ricorrente
- la mediana M non sempre è un valore dell'insieme dei dati; essa spezza a metà l'insieme: quindi prima di essa ci saranno tutti valori minori o uguali a M , e dopo di essa tutti i valori maggiori o uguali a M
- la media aritmetica non è in generale un valore dell'insieme dei dati, ma certamente è tra i tre, quello meno 'ambiguo'.

Vediamo un esempio estremo

ESEMPIO

La tabella riporta i risultati di un compito in classe

Voto	Numero studenti
2	3
5	7
8	6
9	5

Moda = 5

Mediana = 8

Media = 6,4

Nota Bene

La media è un buon indice di sintesi, ma da sola non basta; consideriamo le seguenti tabelle che riguardano i risultati di un compito in classe

1)

Voto	Frequenza
4	3
5	4
6	6
7	4
8	3

2)

Voto	Frequenza
4	10
8	10

In entrambi i casi la media è 6, ma la situazione che emerge dalle tabelle è completamente diversa: la media infatti non dà nessuna informazione su quanto i vari valori siano vicini tra loro, quale sia cioè, in linguaggio tecnico, **la dispersione dei valori rispetto alla media**

Un indice di dispersione: la deviazione standard

Il calcolo dello scarto quadratico medio consiste nella seguente procedura:

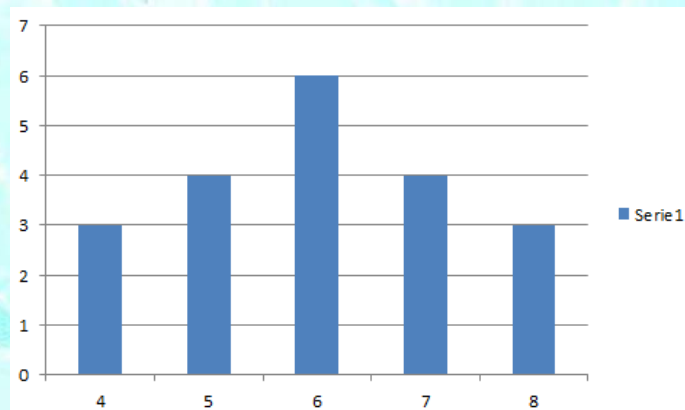
- a) Si calcolano gli scarti, cioè la differenza tra i valori e la media
- b) Si calcolano i quadrati degli scarti
- c) Si calcola la media dei quadrati degli scarti (varianza)
- d) Si calcola la radice quadrata della varianza (deviazione standard)

1)

Voto	Frequenza	scarto	scartoquad.
4	3	$4 - 6 = -2$	4
5	4	$5 - 6 = -1$	1
6	6	$6 - 6 = 0$	0
7	4	$6 - 5 = 1$	1
8	3	$4 - 6 = -2$	4

$$\text{Varianza} = \frac{4 \times 3 + 1 \times 4 + 0 \times 6 + 1 \times 4 + 4 \times 3}{20}$$

$$\text{Deviazione standard} = 1,27$$



2)

Voto	Frequenza	scarto	scartoquad.
4	10	2	4
8	10	2	4

$$\text{Varianza} = \frac{4 \times 10 + 4 \times 10}{20} = 4$$

Deviazione standard =

